

## Binomialfordeling - fra [www.borgeleo.dk](http://www.borgeleo.dk)

Vi betragter følgende **basisforsøg**: 1 kast med en ærlig terning.  
Ved *succes* i forsøget får vi en 6-er.

**Succes-sandsynligheden er altså**  $p = \frac{1}{6}$ .

Ved *fiasko* i forsøget får vi en ikke-6-er (altså 1, 2, 3, 4 eller 5).

**Fiasko-sandsynligheden er altså**  $1 - p = \frac{5}{6}$ .

Dette basisforsøg gentages 3 gange. Altså  $n = 3$ .

$X$  betegner antal succes'er på de tre forsøg.  $X$  kan altså antage værdierne 0, 1, 2 eller 3.

Vi finder nu sandsynlighederne for disse 4 hændelser.

I de 3 forsøg kan der fås  $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$  forskellige udfald, når de 3 øjental noteres i rækkefølge.

### **X=0:**

Dette kan opnås ved 3 på hinanden følgende fiaskoer. Her er antal mulige udfald  $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ .  
Altså er sandsynligheden

$$P(X = 0) = \frac{125}{216} = \frac{5 \cdot 5 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \text{fiasko-sandsynligheden ganget med sig selv 3 gange.}$$

### **X=1:**

Dette kan opnås på 3 måder, idet den ene succes kan forekomme i 1. kast, 2. kast eller 3. kast.  
Dette giver  $1 \cdot 5 \cdot 5 + 5 \cdot 1 \cdot 5 + 5 \cdot 5 \cdot 1 = 75$  mulige mulige udfald, og dermed sandsynligheden

$$P(X = 1) = \frac{75}{216} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 5 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6} = 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

Altså antal muligheder for at placere den ene succes på de 3 forsøg, ganget *en* gang med succes-sandsynligheden og ganget *to* gange med fiasko-sandsynligheden.

### **X=2:**

Det kan opnås på 3 måder, idet to succes'er betyder, at der må være en fiasko, og denne kan placeres på 3. kast, 2. kast eller 1. kast. Det giver mulighederne  $1 \cdot 1 \cdot 5 + 1 \cdot 5 \cdot 1 + 5 \cdot 1 \cdot 1 = 15$  muligheder, og dermed sandsynligheden

$$P(X = 2) = \frac{15}{216} = \frac{3 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6} = 3 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6}$$

Altså antal muligheder for at placere de to succes'er på de 3 forsøg, ganget med succes-sandsynligheden *to* gange og ganget med fiaskosandsynligheden *en* gang.

### **X=3:**

Dette kan kun opnås på *en* måde: nemlig tre succes'er i træk, altså  $1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$  måde. Og sandsynligheden er

$$P(X = 3) = \frac{1}{216} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \text{succes-sandsynligheden ganget 3 gange med sig selv.}$$

Vi kan altså af dette eksempel se, at sandsynligheden for at få et antal succes'er på det gennemførte antal forsøg kan findes som:

$P(X = r)$  = Antal måder, succes'erne kan placeres på de tre forsøg,  
**ganget med** succes-sandsynligheden lige så mange gange, som vi får succes'er i forsøgs-serien,  
**ganget med** fiasko-sandsynligheden lige så mange gange, som vi får fiasko i forsøgs-serien.

Formlen er altså:  $P(X = r) = K(n, r) \cdot p^r \cdot (1 - p)^{n-r}$

Antallet af måder at placere et antal succes'er på det gennemførte antal forsøg, kaldes antal kombinationer og betegnes med K. F.eks. er

$K(8,2)$  = antallet af måder, som 2 succes'er kan placeres på 8 forsøg.

Dette antal kan beregnes sådan:

$$K(8,2) = \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} = 28$$

Et andet eksempel er

$$K(8,3) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

Et sidste eksempel er

$$K(8,5) = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4}{5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 56$$

Opgave 1: prøv *logisk* at begrunde, at  $K(8,3)$  og  $K(8,5)$  er det samme tal ( *uden* at regne!).

Opgave 2: udregn  $K(10,3)$ .

Opgave 3: udregn  $P(X=3)$ , når succes-sandsynligheden er  $p = 0,8$ , og antallet af forsøg er  $n = 10$ .

Opgave 4: udregn  $K(10,3)$  med din lommeregner eller matematikprogram. Stemmer det med din egen udregning ovenfor?

Opgave 5: Tipskuponen, sy pige-tips (de 13 rækker udfyldes *tilfældigt* med 1, × eller 2).

Basisforsøget består i at udfylde *en* række. Succes er her naturligvis at gætte det rigtige tegn.

Hvad er succes-sandsynligheden  $p$  ? Fiaskosandsynligheden?

Opskriv sandsynligheden for at få 13 succes (13 rigtige),  $P(X=13) =$

Og udregn så tallet!

Opskriv ligeledes sandsynligheden for at få 10 rigtige – regn ud

Og brug så binom-fordelingen på din lommeregner eller computer til samme udregning.