# Hvad er det gyldne snit?

- fra borgeleo.dk

Det er for bl.a. malere og andre kunstnere en måde at placere centrale figurer eller objekter/linjer i billedet. Men også andre anvendelser er mulige, fx ved flisebelægninger!

Bredden og/eller højden på billedet deles efter det gyldne snit, se figuren nedenfor.


*Figur 1: linjestykket AB er delt efter det gyldne snit af punktet C*

Når linjestykket AB deles efter det gyldne snit af punktet C, skal C placeres, så følgende ligning er opfyldt:

$$\frac{|AB|}{|AC|} = \frac{|AC|}{|BC|}$$

(hele stykket, i forhold til det længste stykke = det længste stykke, i forhold til det korte stykke)

Begge forhold betegnes det gyldne snit eller det gyldne forhold $\varphi$.

Men hvordan udregner vi et tal for dette forhold?

Hvis vi betegner hele $|AB|$ med 1, og $|AC|$ med $x$, bliver ligningen ovenfor

$$\frac{1}{x} = \frac{x}{1-x}$$

Denne ligning kan omformes til $x^2 + x - 1 = 0$, og den positive løsning til denne ligning er

$$x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$$ - eller cirka 0,618

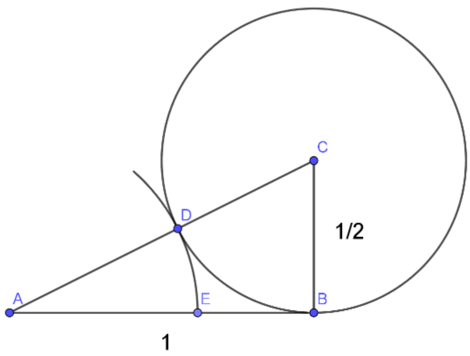
Til den matematikkyndige: vis det ved at løse 2. gradsligningen!

Linjestykket skal altså deles, så $|AC|$ er 61,8% af hele linjestykket (og $|BC|$ er 38,2% af hele linjestykket)

Det gyldne snit er derfor

$$\varphi = \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$$ - eller cirka 1,618

Opgave: vis det!



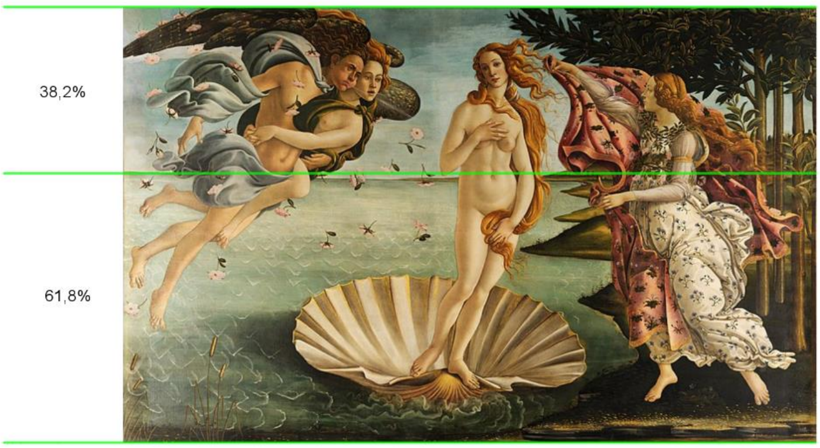

## Konstruktion af det gyldne snit

*På figur 2 ses konstruktionen af det gyldne snit.*

Linjestykket AB deles af punktet E efter det gyldne snit.

1) Vinkelret på AB tegnes BC, der er halvt så langt som AB
2) Med centrum i C og BC som radius tegnes en cirkel, der skærer AC i punktet D
3) Med A som centrum og AD som radius tegnes en cirkel, der skærer AB i punktet E.

Til den matematikkyndige: vis det, idet du først beregner længden af AC vha. den pytagoræiske læresætning.

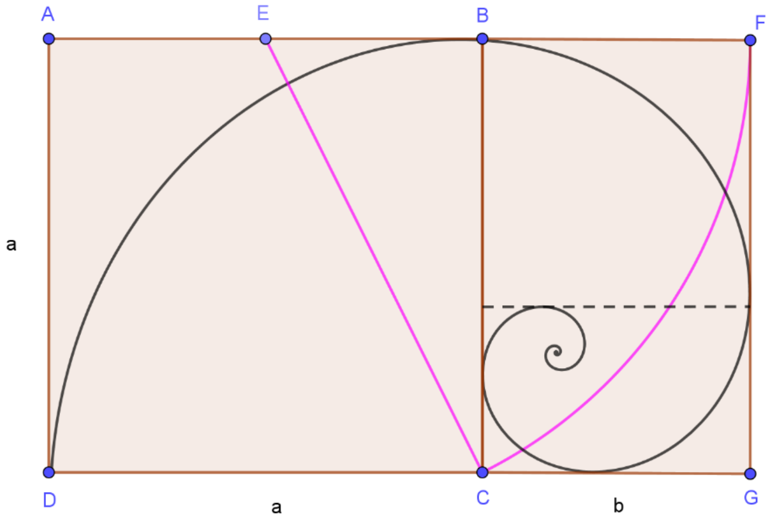



*Figur 3: Sandro Botticelli - Venus fødsel. Horisontlinjen er placeret efter det gyldne snit. https://en.wikipedia.org/wiki/Sandro_Botticelli*

## Det gyldne rektangel og den gyldne spiral

Det gyldne snit/forhold indgår i mange geometriske figurer, fx det gyldne rektangel AFGD, der omtales her.

Linjestykket AF deles af punktet B efter det gyldne forhold, se figur nedenfor.




*Figur 4: konstruktion af det gyldne rektangel*

Konstruktion:

1) Tegn kvadratet ABCD med kantlængde a
2) Del linjestykket AB på midten med punktet E
3) Brug længden af linjestykket EC som radius og tegn en cirkel med centrum i E
4) Denne cirkels skæring med det forlængede linjestykke AB kaldes F, og længden af BF kaldes b

Herved er linjestykket AF delt af punktet B efter det gyldne forhold, sådan at $\varphi = \frac{a+b}{a} = \frac{a}{b}$

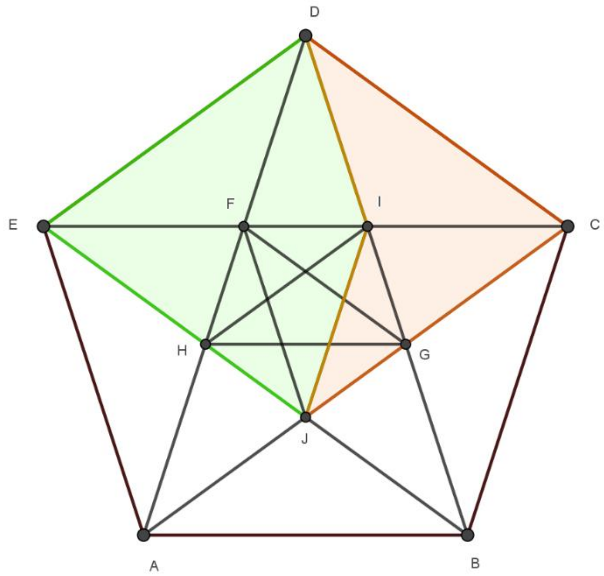
Til den matematikkyndige: vis det!

Det nye rektangel BCGF er også et gyldent rektangel! Det kan igen opdeles i et kvadrat, og 'rest-rektanglet' vil igen være gyldent – som det er antydet med den stiplede linje - osv. i det uendelige. Den såkaldte gyldne spiral er også indtegnet. Den gyldne spiral vokser med faktoren $\varphi$ for hver $90^{\circ}$'s drejning omkring spiralens centrum.

Det hævdes, at Partenons facade er bygget efter proportionerne i det gyldne rektangel, men ikke alle er enige om, at det var intenderet.

En gennemskåret nautil-skal ligner en gylden spiral, som dog vokser med faktoren $\varphi$ for hver $180^{\circ}$'s drejning om skallens centrum. Den er således tættere vundet op end den gyldne spiral på figur 4.

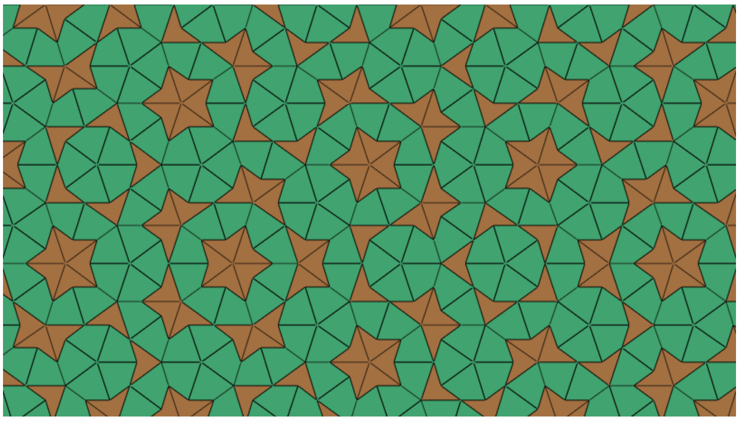
## Den regulære femkant og Penrose fliser




*Figur 5: regulær femkant med Penrose fliser*

På figur 5 ses en regulær femkant ABCDE sammen med indtegnede diagonaler. Her finder vi igen det gyldne snit, idet forholdet mellem længden af en diagonal og en side netop er det gyldne snit, fx er $\varphi = \frac{|AC|}{|AB|}$. Diagonalerne deler også hinanden efter det gyldne snit. I den nye regulære femkant FIGJH, der udgøres af diagonalernes skæringspunkt, er igen indtegnet diagonaler. Denne regulære femkant er faktoren $\varphi$ mindre end den oprindelige femkant. Diagonalernes skæringspunkter i femkanten FIGJH udgør igen en regulær femkant, som er faktoren $\varphi$ mindre end… - osv. osv.

På figur 5 er også indtegnet to såkaldte Penrose fliser pilen og dragen, der kan bruges til at generere et flisemønster, der dækker en flade helt uden mellemrum. Se Penrose-mønsteret på figur 6.



*Figur 6: Penrose flisemønster (fysikeren Roger Penrose 1973)*

Mønsteret er ikke periodisk, men mindre dele af mønsteret vil selvfølgelig kunne genfindes andre steder i flisebelægningen.

Antallet af drager i forhold til antallet af pile vil nærme sig det gyldne snit, når antallet af fliser bliver stort.

Det viser sig, at muslimske håndværkere har benyttet meget lignende mønstre når de skulle beklæde moskeer med fliser. Fx er flisemønsteret på Darb-i-Imam hellig-dommen i Isfahan i Iran lavet i 1453 næsten identisk med Penrose-flisebelægningen

## Fibonacci-tal

er også knyttet til det gyldne snit. Fibonacci-tallene er tallene 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, … hvor det næste tal i rækken er summen af de to foregående.

Beregner man forholdet mellem to på hinanden følgende tal i denne række, vil forholdet nærme sig det gyldne snit $\varphi = 1{,}618033989 \ldots$ Fx er $\frac{8}{5} = 1{,}6$ og $\frac{13}{8} = 1{,}625$ samt $\frac{21}{13} = 1{,}615$.., fortsæt selv eksemplerne.

Nogle af disse tal genfindes ofte som antallet af kronblade på visse blomster, fx er antallet af kronblade på klematis 8, på solsikken 34, og margueritten har 21.

Figur 7: Spiraler i solsikkeblomsten

Spiraler i solsikkeblomsten. Disse vil ofte være Fibonacci-tal, fx 13 lange og 21 korte. Men også andre Fibonacci-tal kan forekomme, som det fremgår af figur 7.

Tilsvarende er antallet af spiraler på ananasfrugtens ydre eller en kastanjekogle ofte Fibonacci-tal.

Interessant nok bruger mange malere ikke den eksakte værdi for det gyldne snit til at placere centrale elementer i deres billede, men de to Fibonacci-tal 5 og 8. Bredden og/eller højden af lærredet deles i 8 dele, der deles i 3 og 5 – den store del er således $\frac{5}{8} = 0{,}625$ – ret tæt på tallet $\frac{1}{\varphi} = 0{,}618$ som er delingsforholdet med det gyldne snit – men som er nemmere at måle eller konstruere sig frem til.