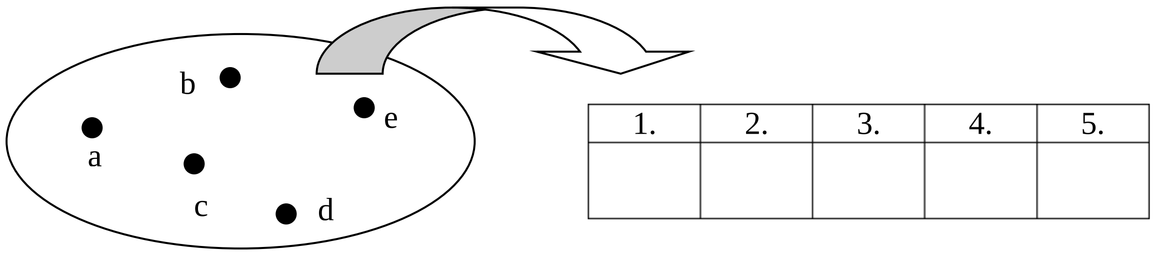
Tællemetoder – fakultetsfunktion og kombinationer

fra www.borgeleo.dk

Fakultets-funktionen

Se på følgende problemstilling:



De 5 objekter (a, b, c, d, e) i boksen til venstre skal anbringes på de 5 nummererede pladser i tabellen til højre.
Hvis vi besætter 1. pladsen først, er der 5 muligheder for at gøre dette. Både a, b, c, d og e kan jo anbringes på denne plads.

1. pladsen kan besættes på: 5 måder

Når så vi skal besætte 2. pladsen, er der kun 4 objekter tilbage at placere – vi har jo allerede brugt den ene til 1. pladsen! Derfor kan *både* 1. pladsen *og* 2. pladsen besættes på 5 · 4 måder:

1. og 2. pladsen kan besættes på: 5 · 4 måder

Osv.

1., 2., 3., 4. og 5. pladsen kan besættes på: 5 · 4 · 3 · 2 · 1 måder

Dette tal betegnes 5-*falkultet* eller 5-*udråbstegn* og skrives:

(1) $5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$

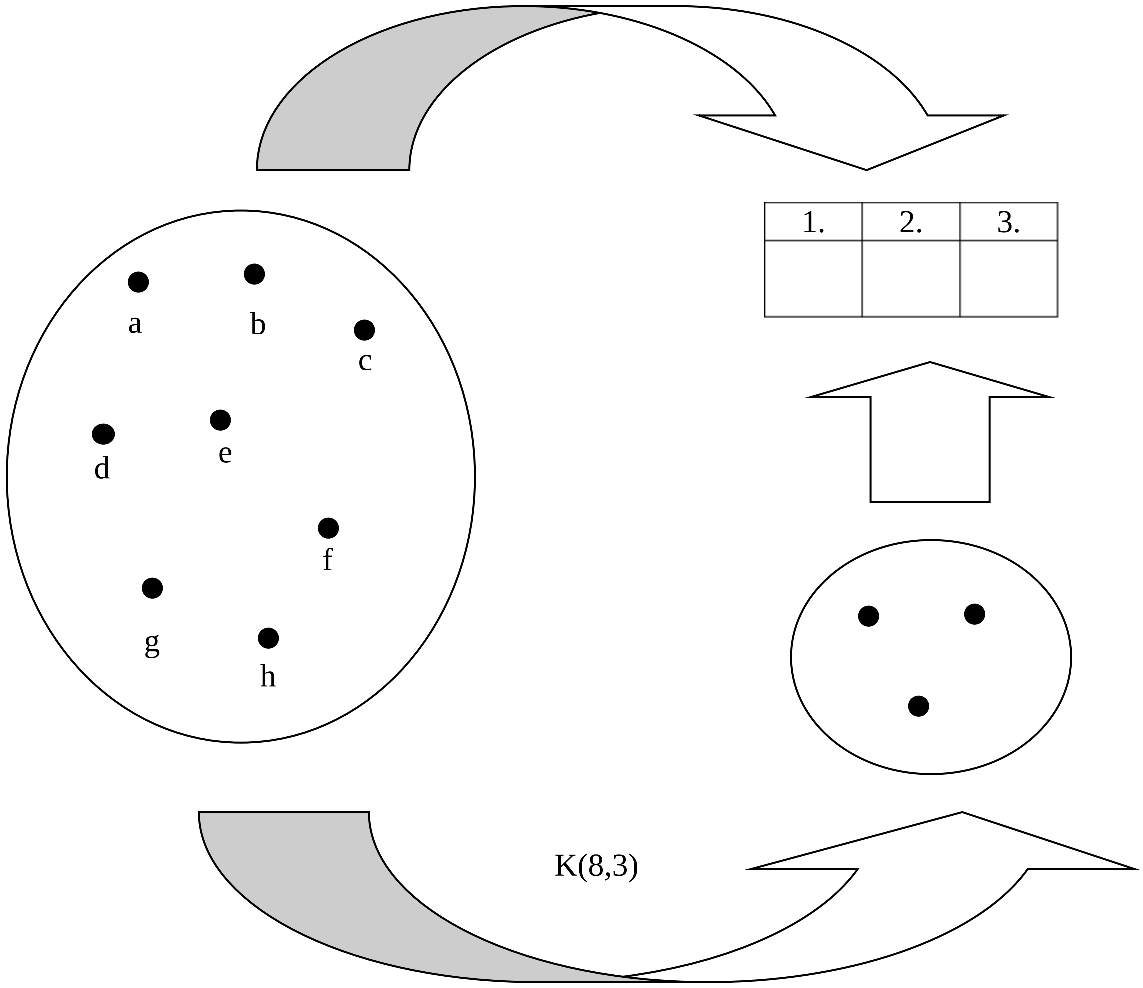
Opgave 1: udregn tallet 5!

Opgave 2: på hvor mange måder kan en klasse på 25 elever anbringes på 25 pladser i et klasselokale?

> Når *n* objekter skal anbringes på *n* pladser, kan det gøres på
> $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$ forskellige måder

Kombinationer K(n, r)

Se på følgende situation:



Ud af de 8 objekter (a, b, c, d, e, f, g, h) skal 3 udvælges til de tre pladser 1, 2 og 3, se pilen for oven af figuren.

Pladserne 1, 2 og 3 kan besættes på: $8 \cdot 7 \cdot 6$ måder

Alternativt kan vi først udvælge 3 objekter uden hensyn til deres rækkefølge. Dette kan gøres (pr. definition af K(8,3)) på K(8,3) måder. *Og* så dernæst placere de tre objekter på de tre pladser 1, 2 og 3. Det sidste kan gøres på $3 \cdot 2 \cdot 1$ måder (eller 3! måder). Se de to andre valgpile på figuren.

De to metoder giver samme antal måder for valget til de tre pladser, så derfor må

$$K(8,3) \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 8 \cdot 7 \cdot 6$$

Heraf kan vi udlede:

(2) $K(8,3) = \dfrac{8 \cdot 7 \cdot 6}{3 \cdot 2 \cdot 1}$ eller $K(8,3) = \dfrac{8!}{3! \cdot 5!}$

Opgave 3: Begrund, at de to udtryk i formel (2) er de samme tal!

Opgave 4: I en klasse på 25 elever udvælges 3 elever til et udvalg, der skal planlægge en fest.
Rækkefølgen af valget af de tre elever er uden betydning.
Hvor mange forskellige udvalg kan der laves?

Opgave 5: Begrund formlen for K(n, r) nedenfor

Når et udvalg på *r* objekter skal udvælges ud af en mængde på *n* objekter, og rækkefølgen af de udvalgte er uden betydning, kan udvalget laves på K(n, r) måder, og K(n, r) kan beregnes af formlen

(3) $$K(n,r) = \frac{n!}{r! \cdot (n-r)!}$$